

Badanie rozkładu temperatury
w nagrzewanym pręcie

1 Oznaczenia

- a - dyfuzyjność termiczna (współczynnik wyrównywania temperatury) $a = \frac{\lambda}{\rho c_p}$, $\frac{\text{m}^2}{\text{s}}$
- c_p - ciepło właściwe przy stałym ciśnieniu, $\frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$
- d - średnica, m
- l - długość, m
- t - temperatura pręta, °C
- t_a - temperatura powietrza otoczenia, °C
- t_p - temperatura otaczającego płynu, °C
- t_s - temperatura nagrzewanej powierzchni pręta, °C
- T - temperatura pręta, K
- \dot{q} - gęstość strumienia ciepła, $\frac{\text{W}}{\text{m}^2}$
- \dot{Q} - strumień ciepła dostarczany do pow. czołowej pręta, W
- x - współrzędna skierowana w kierunku długości pręta, m
- λ - współczynnik przewodzenia ciepła, $\frac{\text{W}}{\text{m}\cdot\text{K}}$
- ρ - gęstość, $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
- τ - czas, s

1. Cel ćwiczenia

Celem ćwiczenia jest wyznaczenie rozkładu temperatury na długości nagrzewanego metalowego pręta. Rozkład temperatury będzie wyznaczony eksperymentalnie oraz numerycznie poprzez rozwiązanie różniczkowego równania przewodzenia ciepła.

2. Wprowadzenie

Przewodzenie ciepła to zjawisko zachodzące w ciałach stałych, polegające na przekazywaniu ciepła przez stale stykające się ze sobą te same cząsteczki ciała. Gęstość przewodzonego strumienia ciepła w stanie ustalonym określa **prawo Fouriera**

$$\dot{q} = -\lambda \frac{dT}{dx} \quad (1)$$

Za pomocą **współczynnika przewodzenia ciepła λ** charakteryzuje się materiały pod względem możliwości przewodzenia ciepła i określa wartość mocy cieplnej przewodzonej przez przegrodę o powierzchni 1 m^2 na długości 1 m przy jednostkowym spadku temperatury [1], [2].

Konwekcyjna wymiana ciepła występuje, gdy cząsteczki ciała przenoszącego ciepło zmieniają swoje położenie względem ciała oddającego lub pobierającego ciepło. Ten rodzaj wymiany ciepła jest typowy dla płynów (ciecze i gazy). Ruch poszczególnych cząsteczek może być wywołany w sposób naturalny w wyniku zmiany gęstości poszczególnych cząsteczek spowodowanej zmianą ich temperatury - konwekcja naturalna - lub sztuczny (np. wywołany za pomocą wentylatora lub pompy) - konwekcja wymuszona [1].

Gęstość strumienia przejmowanego ciepła określa prawo Newtona

$$\dot{q} = \alpha(t_s - t_p) \quad (2)$$

Współczynnik przejmowania ciepła α jest funkcją wielu zmiennych tj. gęstość płynu, jego ciepła właściwego, współczynnika lepkości płynu, współczynnika przewodzenia ciepła płynu, prędkości i charakteru przepływu płynu oraz kształtu rozpatrywanej powierzchni wymiany ciepła [2].

2.1. Rozwiązanie równania różniczkowego przewodzenia ciepła

By określić rozkład pola temperatury w ciele stałym należy rozwiązać równanie różniczkowe nieustalonego przewodzenia ciepła w ciałach stałych zwane **równaniem Fouriera-Kirchhoffa**

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a \nabla^2 T + \frac{1}{\rho c_p} \frac{\partial \lambda}{\partial T} \left[\left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right)^2 \right] + \frac{q_v}{\rho c_p} \quad (3)$$

gdzie $\nabla^2 T$ to laplasjan temperatury, który w przypadku współrzędnych walcowych przyjmuje następującą postać

$$\nabla^2 T = \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \quad (4)$$

Aby z dowolnie dużej liczby rozwiązań wybrać rozwiązanie odpowiadające rozpatrywanemu zjawisku, należy określić warunki jednoznaczności rozwiązania tego równania. Warunki jednoznaczności rozwiązania równania różniczkowego muszą być tak sformułowane, aby istniało tylko jedno rozwiązanie równania różniczkowego, zależne w sposób ciągły od warunków granicznych. Do warunków jednoznaczności rozwiązania równania różniczkowego nieustalonego przewodzenia ciepła w ciałach stałych należą:

- *warunki geometryczne* - określające kształt i wymiary ciała;
- *warunki fizyczne* - określające właściwości fizyczne substancji, z której utworzone jest ciało;
- *rozkład wydajności wewnętrznych źródeł ciepła* w czasie i przestrzeni;
- *warunki początkowe* - określające rozkład temperatury w początkowej chwili;
- *warunki brzegowe* - określające warunki wymiany ciepła na powierzchniach zewnętrznych ciała [2].

Warunki początkowe i brzegowe nazywane są łącznie **warunkami granicznymi**.

Warunki brzegowe określają warunki wymiany ciepła na powierzchniach zewnętrznych ciała. Dla procesu przewodzenia ciepła w ciałach stałych warunki brzegowe mogą być określane różnymi sposobami. Najczęściej, ze

względu na praktyczne zastosowanie największe znaczenie mają następujące warunki brzegowe:

- **I rodzaju tzw. Dirichleta** - określone są przez rozkład temperatury T_s na powierzchni ciała w każdej chwili.
- **II rodzaju tzw. Neumanna** - podane przez rozkład gęstości strumienia ciepła \dot{q}_s na powierzchni ciała w każdej chwili.
- **III rodzaju tzw. Fouriera** - określone poprzez podanie temperatury T_p płynu otaczającego ciało i współczynnika przejmowania ciepła α w każdym miejscu powierzchni i w każdej chwili.
- **IV rodzaju** - występuje, gdy przewodzenie ciepła po obydwu stronach powierzchni idealnego styku dwóch ciał jest opisywane przez prawo Fouriera [2].

Zagadnienia rozwiązywane przy rozpatrywaniu pól temperatury w ciałach stałych można zaliczyć do:

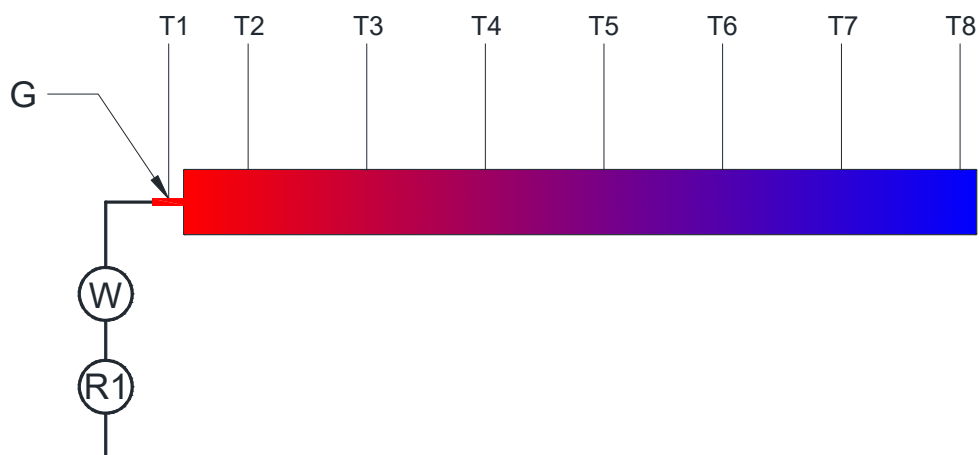
- **zadań prostych** polegających na określeniu rozkładu temperatury z danych warunków początkowych i brzegowych oraz właściwości materiałowych rozpatrywanego ciała;
- **zadań odwrotnych** polegających na określeniu warunków brzegowych lub początkowych, położenia wewnętrznych źródeł ciepła, właściwości termofizycznych ciała itp. ze znanych niektórych wartości temperatury wewnątrz ciała i ewentualnie innych danych.

3. Pomiar rozkładu temperatury na długości metalowego pręta

3.1. Stanowisko pomiarowe

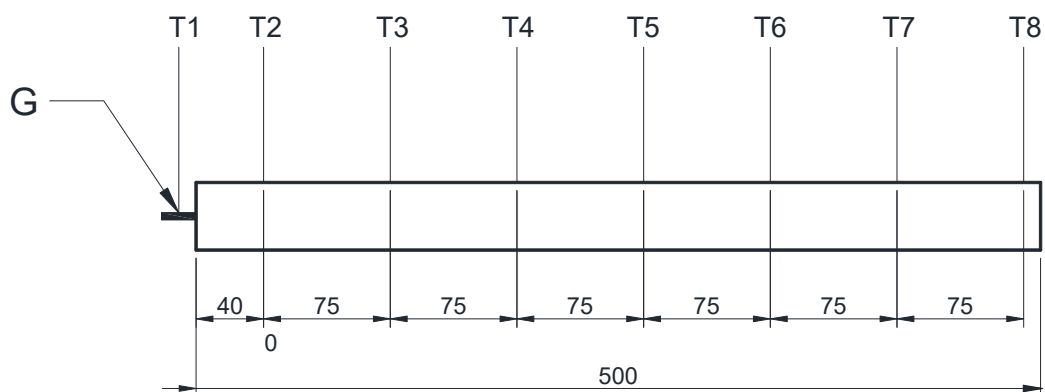
Stanowisko pomiarowe zostało przedstawione schematycznie na rys. 1. Głównym jego elementem jest pręt metalowy o długości $l = 500$ mm i średnicy $d = 22$ mm. Do jednego końca pręta przymocowana jest grzałka elektryczna. Prąd płynący przez grzałkę elektryczną G regulowany jest przy

użyciu regulatora R1. Wzrost prądu płynącego przez grzałkę elektryczną powoduje podniesienie temperatury pręta. Do pomiaru temperatury wykorzystano termoelementy typu T (Cu-CuNi). Termoelement T1 mierzy temperaturę grzałki, a termoelementy od T2 do T8 temperaturę powierzchni pręta na jego długości. Na rys. 2 jest pokazane dokładne rozmieszczenie poszczególnych termoelementów.



Rys. 1 Schemat stanowiska pomiarowego

T1-T8 - czujniki temperatury, R1 - regulator mocy grzałki,
W - pomiar mocy, G - grzałka elektryczna.



Rys. 2 Rozmieszczenie termoelementów na pręcie

3.2. Wykonanie pomiarów

Pomiary wykonać dla mocy grzałki podanej przez prowadzącego. Za temperaturę powietrza t_a panującą w laboratorium przyjąć średnią temperaturę pręta przed rozpoczęciem nagrzewania (czyli najpierw zaczynamy rejestrować temperaturę, a dopiero później włączamy grzałkę).

Uwaga. Ponieważ stanowisko badawcze jest bardzo wrażliwe na warunki zewnętrzne należy zachować szczególną ostrożność, aby nie spowodować dodatkowej cyrkulacji powietrza (zamknięte okna i drzwi, nie przemieszczanie się w pobliżu stanowiska laboratoryjnego). Dodatkowy ruch powietrza w pobliżu układu pomiarowego powoduje zwiększony udział konwekcyjnej wymiany ciepła.

4. Wyznaczenie rozkładu temperatury na długości nagrzewanego pręta z wykorzystaniem modelu numerycznego

W celu wyznaczenie rozkładu temperatury na długości nagrzewanego pręta z wykorzystaniem programu **walec_32.exe**, trzeba najpierw przygotować pliki wsadowe **tpomiar.dat** oraz **alfao.inp**.

W pliku **tpomiar.dat** powinna się znaleźć wyznaczona eksperymentalnie temperatura na długości nagrzewanego pręta w kolejnych krokach czasowych. W kolumnach powinny być zapisane kolejno: czas, poszczególne temperatury.

Uwaga! W tym pliku pomijamy wyniki z termopary nr 1 (to jest temperatura grzałki) oraz wyniki pomiaru grzałki elektrycznej.

W pliku **alfao.inp** należy ustawić odpowiednio zmienne zgodnie z opisem znajdującym się w pliku oraz z wytycznymi prowadzącego.

NASET - zmienna sterująca o wartości od 1 do 5, wybrać z wariantów opisanych poniżej:

1 - chłodzenie pręta w powietrzu.

NMATER - numer materiału próbki od 1 do 10:

2 - mosiądz.

Po uzupełnieniu obu plików należy uruchomić program **walec_32.exe**. Po zakończeniu obliczeń wyniki zostaną zapisane w pliku **temp.dat**.

5. Sprawozdanie

Sprawozdanie powinno zawierać:

- Cel ćwiczenia;
- Schemat stanowiska pomiarowego;
- Wykres pokazujący temperaturę powierzchni pręta uzyskaną z pomiarów eksperymentalnych i obliczeń numerycznych w funkcji czasu $t = f(\tau)$.
- Wykres pokazujący temperaturę powierzchni pręta uzyskaną z pomiarów eksperymentalnych w funkcji długości pręta $t = f(x)$. Na wykresie umieścić wyniki w odstępach czasu co 100 s.
- Uwagi i wnioski.

6. Zakres materiału obowiązującego do zaliczenia

Temperatura; budowa i zasada działania termoelementu; sposoby przekazywania ciepła; ustalona i nieustalona wymiana ciepła; prawo Fouriera; wsp. przewodzenia ciepła; opór przewodzenia ciepła, prawo Newtona, współczynnik wnikania ciepła, warunki jednoznaczności rozwiązania równania różniczkowego nieustalonego przewodzenia ciepła w ciałach stałych.

7. Literatura

- [1] Krystyna Krygier, Tomasz Klinke, Jerzy Sewerynik „Ogrzewnictwo, wentylacja, klimatyzacja” Warszawa : Wydawnictwa Szkolne i Pedagogiczne, 2000
- [2] Stefan Wiśniewski, Tomasz S. Wiśniewski „Wymiana ciepła” Warszawa : Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, 2000
- [3] Wiesław Pudlik „Wymiana i wymienniki ciepła” Gdańsk : Politechnika Gdańska, 2012
- [4] Yunus A. Cengel, Afshin J. Ghajar „Heat and Mass Transfer. Fundamentals & Applications” McGraw-Hill Education, New York, 2015
- [5] <http://www.metale-kolorowe.eu/>

Załącznik 1 - Własności fizyczne mosiądzu M70[5]

Oznaczenia mosiądzu M70 wg innych norm (odpowiedniki):

Oznaczenie wg DIN:	CuZn30
Oznaczenie wg ASTM:	C26000
EN nr:	CW505L
Oznaczenie wg PN:	M70

Skład chemiczny mosiądzu M70 i jego zastosowanie:

Cu	69 ÷ 71 %
Al	≤ 0,02 %
Fe	≤ 0,05 %
Ni	≤ 0,3 %
Pb	≤ 0,05 %
Sn	≤ 0,1 %
Zn	- reszta

Mosiądz M70 jest bardziej podatny do obróbki plastycznej na zimno niż stop M67 na co wpływ ma większa zawartość miedzi. Mosiądz M70 charakteryzuje się dobrą odpornością na korozję jednakże w środowisku kwaśnym może nastąpić odcynkowanie. Jest stosowany w głównej mierze do produkcji w procesach obróbki plastycznej. Wykonuje się z niego: rdzenie chłodnic i zbiorników, lampy, misy, tace, elementy galanterii metalowej, podzespoły dla energetyki i elektroniki, elementy głęboko tłoczne.

Własności fizyczne mosiądzu M70:

Gęstość:	8,55 $\frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$
Moduł sprężystości E:	114 GPa
Ciepło właściwe:	377 $\frac{\text{J}}{\text{kgK}}$
Współczynnik rozszerzalności cieplnej:	19,7 $\frac{10^{-6}}{\text{K}}$
Przewodność cieplna:	126 $\frac{\text{W}}{\text{mK}}$